Wasserhaus Workshop:

Software Defined Radio

Teil I - Mittwoch 5.Juni.2013 –
Günter Fred Mandel DL4ZAO
Grundlagen – komplex aber nicht kompliziert

Teil II - Mittwoch 12.Juni.2013,
Martin Schmiedel, DM4IM
*Praxis - FA-SDR: Installation, Software,
Betrieb,*

© G.F. Mandel 2013 - nur für Lehrzwecke, Kopieren und Veröffentlichen, auch in Auszügen, nur mit Einwilligung der Rechteinhaber.

Inhalt

Teil I SDR Basics - komplex aber nicht kompliziert

- Software Defined Radio – Grundlegendes
- SDR mit Direct Digital Conversion
- SDR mit Quadratur Sampling Decoder und Audio Interface
- SDR Kits und Geräte im Markt
- Grundbegriffe der A/D und D/A Wandlung
- Was hat es auf sich mit „I“ und „Q“
- Quadratur Sampling Decoder (QSD)
- Demodulation und Modulation mit I und Q
- QSD Schaltungsprinzip

Teil II SDR in der Praxis

- Der FA-SDR
- Schaltung und Aufbau
- Installation, Software
- praktischer Betrieb

Das klassische „Alles in einer Box“ Funkgerät

Software Defined Radio (SDR)

Fast jeder kann es buchstabieren aber was steckt dahinter?

Software Defined Radios (SDRs) sind Funkgeräte, bei denen (nahezu) alle signalverarbeitenden Prozesse durch Software erledigt und gesteuert werden.

Wir unterscheiden zwei SDR Konzepte:

- SDR mit Direct Digital Conversion,
 - „Antenna to Bits“
- SDR nach dem Quadratur Sampling Verfahren
 - HF Frontend ist analog, Modulation und Demodulation sind digital

Was zeichnet SDR aus?

- Einfach zu realisieren, viel Leistung zu günstigem Preis
- Diverse Open Source Software, die ständig weiterentwickelt wird
- Funkbetrieb RX/TX in allen denkbaren Modulationsarten
- Abstimmung über das Spectrum display, “click to tune”
- Decodierung von CW/Digimodes
- Nachsetzer für Transverter, Radioastronomie, EME
- Spectrum monitoring, Bandbelegung z.B. bei Contest, Bandöffnungen
- Monitoring von Sendesignalen
- Automatischer Betrieb - Web-SDR
- Aufzeichnung/Speicherung ganzer Bandabschnitte als Soundfile
- Ausbreitungsexperimente – WSPR, Rerverse Beacon etc.
- Ein SDR wird mit der Zeit immer besser!

Last but not least: der „Do It Yourself“ Lerneffekt!

SDR mit Direct Digital Conversion (DDC)

DDC ist die konsequente Umsetzung des Software Defined Radios. Im Empfänger werden die Antennensignale direkt von 0 bis 30 oder sogar bis 60 MHz in einem A/D-Wandler durchgängig digitalisiert. Die Daten werden dann mit einem Digital-Signal-Prozessor (DSP) gefiltert und demoduliert. Im Sender wird das Sendesignal im DSP für die gewünschte Sendart direkt auf der Sendefrequenz errechnet und über einen D/A Wandler erzeugt.

Da riesige Datenmengen in Echtzeit verarbeitet werden müssen, erfordert DDC schnelle und teure Wandler und leistungsfähige Signal-Prozessoren. Vorteil sind hervorragende Daten, hohe Bandbreite, TRX Fernsteuerbarkeit übers Netz.

SDR nach dem I/Q Verfahren, preiswert und einfach

Im Empfänger wird die HF-Signale mit einem Quadratur Sampling Detector (QSD) auf eine Basisband Zwischenfrequenz im NF Bereich umgesetzt. Die analogen jeweils um 90° phasenverschobenen (I/Q) Basisband-Signale werden digitalisiert und im DSP verarbeitet und demoduliert.

Beim Senden bildet die Software auf dem PC die I/Q Signale für die gewünschte Seendart. Nach der DA-Wandlung liegen I/Q als NF Basisbandsignal vor und werden in einem Quadratur Sampling Exciter (QSE) auf die Sendefrequenz umgesetzt.

Da die I/Q Basisband Zwischenfrequenz im Niederfrequenzbereich liegt, können zur A/D bzw. D/A Wandlung Stereo PC-Audiointerfaces verwendet werden. Hochwertige PC-Soundkarten können Frequenzen bis zu 96 KHz mit 24 Bit Auflösung verarbeiten.

SDR = Quadratur Sampling Decoder + PC/Soundkarte

Ein QSD-SDR besteht grundsätzlich aus 3 Teilen: Mischer, Aufbereitung und Steuerung (User Interface). Für die Mischung sorgt der QSD. Die Aufbereitung übernimmt der PC mit Soundkarte und Software. Als User Interface dient in der Regel auch der PC mit einer SDR-Software.

DDC SDR

Aus Indien: ANAN 100HF von Apache Labs, 16 Bit DDC, KW+6m, 100W, Ethernet TCP/IP ca 1900 \$

ADAT ADT-200A, ca 5000€

Flex 6700, ca 9000€

Perseus nur RX, ca 800€

High Q SDR Kit (DDC)

Modernes, wegweisendes TRX Konzept von Jim Ahlstrom, N2ADR und Helmut Goebkes, DB1CC auf einem multilayer SMT Leiterplatte. Derzeit sind Zusatzmodule in der Entwicklung, die einen kompletten voll digitalen Transceiver ergeben. Frequenzbereich 30kHz bis 62 MHz.

Im Handel erhältliche QSD SDR Fertiggeräte

Elecraft KX3

Digimit 2002, FPGA

SDR-Cube

Flex 1500, User Interface: PC

QSD SDR Kits

Softrock RX/TX (Mutter aller QSD SDRs)

SDR-X , nur RX, DDS-LO

PMSDR RX

Der RTL SDR (DVBT-Stick)

„Funkamateu“ FA SDR TRX,

QSD SDR Kits, USB mit on-board Soundinterface

AE9RB Peaberry SDR TRX, Si570 DGPLL
DG8SAQ S/W kompatibel, 1W, ca 120€

Lima SDR, OV-Lennestadt. FPGA, nur RX.

SDR Software - PC User Interface (Power SDR)

PowerSDR v1.19.3.15 SV1EIA -- dk1sfa

Setup Memory Wave Equalizer XVTRs CWX

VFO A: 14,262 450
20M SSB TX
VFO Sync VFO Lock 14,250000 Save Restore Tune Step: - 10Hz +

VFO B: 14,250 000
TX 20M SSB

RX1 Meter: Signal Fwd Pwr -69 dBm

MON TUN MOX MUT X2TR

AF: 16
AGC-T: 101
Drive: 1
AGC Preamp Med Off

Spectrum Plot: 160 14,180 14,200 14,220 14,240 14,260 14,280 14,300 14,320 14,340

Mode Selection: LSB USB DSB CWL CWU FMN AM SAM SPEC DIGL DIGU DRM

Filters: 5.0k 4.4k 3.8k 3.3k 2.9k 2.7k 2.4k 2.1k 1.8k 1.0k Var 1 Var 2

Bottom Section: SPLT A > B NR ANF Panafall 0 Beat A < B NB NB2 AVG Peak IF->V A <> B SR BIN Mic 13 DX 2 CPDR 1 VOX 500 DEXP -72 Transmit Profile: Default Show TX Filter on Display RX EQ TX EQ VAC

Status: 07.07.2010 LOC 10:49:14 CPU %: 66.4

SDR Software - PC User Interface (Rocky)

SDR Software - PC User Interface (SDR-Radio)

The screenshot displays the SDR-Radio software interface, version 1.5 build 852 (Beta). The main window title is "SDR-RADIO version 1.5 build 852 (Beta) :: USB Audio CODEC". The interface is divided into several sections:

- Top Bar:** Includes menu items like "Input Source", "Windows", "Console", "Logfile", "AF Output", "Record", "Tools", and "Help". It also features a "Compact Full Screen" toggle and the "RFSpice" logo.
- Control Panel:** Contains settings for "Soundcard: USB Audio CODEC", "Sample rate: 48.000 kHz", and "Frequency: 51570 (Freq x4)". It includes "Start" and "Stop" buttons, "Autostart" and "Swap IQ" checkboxes, and an "Options" button.
- Data Decoder:** Shows a large digital display of the frequency "7.086.388". Below it are buttons for "A", "M", and a numeric keypad (1.8, 3.5, 5, 7, 10, 14, 18, 21, 24.5, 28/29, NAV, ENT...). Modes like "LSB", "AM...", "USB", "DSB", "CW-L", "FM...", "CW-U", and "More..." are also visible. A VFO A scale is shown on the right.
- Audio Spectrum:** A horizontal frequency scale from 7.086.0 to 7.086.7 kHz. A "Tune" button and "Zoom" controls are present.
- Waterfall Plot:** A 2D spectral plot showing signal intensity over time. The frequency range is from 7.050.000 to 7.100.000 kHz. A vertical cursor is positioned at 7.099.892 kHz. The plot shows a signal at approximately 7.086 kHz.
- Data Decoder (Bottom Left):** Displays a text stream of decoded data, including "BPSK-31" and "AFC".
- Audio Recorder (Bottom Left):** Shows recording options for "WAV" and "MP3", a "Limit" dropdown set to "None", and a "Title" field containing "SDR-RADIO.com".
- System Tray:** At the bottom, it shows system information: "Ready", "Waterfall: 11 lines/s, 40 Hz, 11.7 RBW", "CPU: 0%", "Speakers", and "AF Gain".

SDR Software - PC User Interface (HSDR)

Software Defined Shack

Analog / Digital Wandlung (ADC)

Ein Digital/Analog Wandler setzt ein analoges Signal durch Abtastung (Sampling) in digitale Werte um

In regelmäßigen Zeitabständen werden Schnappschüsse der Spannungswerte des Signals im Moment der Abtastung in einen Zahlenwert umgewandelt (quantisiert). Die Anzahl der Abtastungen pro Sekunde nennt man Sampling-Rate. Die Abstufung der Messwerte nennt man Samplingtiefe.

Aus den abgespeicherten Samples entsteht eine Datei mit einer langen Liste von Zahlen-Werten, die das analoge Signal als zeitliche Folge von einzelnen Spannungswerten repräsentieren.

Mit diesen Zahlenwerten kann mit einem Signalprozessor oder einer PC-Software das digitalisierte Signal rechnerisch verarbeitet werden.

SAMPLES: 1210
BITS PER SAMPLE: 16
SAMPLERATE: 44100/sec

1352
1027
689
1135
1
1335
1010
999
590
563
-113
-382
....

Abtastung eines Analogsignals, Abtasttheorem

Ein analoges Audio Signal auf der Zeitachse (time domain) wie man es auf dem Oszilloskop sieht.

Das gleiche Signal von einer Soundkarte punktweise in regelmäßigen Zeitabständen abetastet (gesampelt)

Damit ein analoges Signal originalgetreu digitalisiert werden kann, muss die Abtastrate mindestens doppelt so hoch wie die höchste abzutastende Frequenz sein. Man bezeichnet diese Gesetzmäßigkeit nach ihrem Entdecker als Nyquist Kriterium. Die höchste abtastbare Frequenz wird als Nyquist Frequenz oder Nyquist Bandbreite bezeichnet

$$\text{Abtastrate} \geq 2 \times F_{\text{max}}$$

Die Abtasttiefe, die Schrittweite auf der Spannungsachse, bestimmt die Genauigkeit der Samples. Wandler von PC-Soundkarten haben eine Abtasttiefe von 16 Bit, gute sogar von 24 Bit. Das entspricht einer Auflösung von 65 536 bzw. 16 777 216 Stufen.

Digital / Analog Wandlung (DAC)

Die Zusammenhänge beim Digital-Analog Wandler sind weitgehend identisch zum D/A Wandler.

Ein A/D Wandler gibt ein Signal, das in Form von Daten mit Zeit und Amplitudenwerten vorliegt, als gestuftes analoges Signal aus

Digital / Analog Wandlung (DAC)

Je kleiner die Quantisierungsstufen sind, umso näher entspricht das gewandelte Signal einem kontinuierlichen Analogsignal.

Ein Tiefpass bei der Nyquistbandbreite hinter dem D/A Wandler glättet die Stufen zu einem kontinuierlichen Analogsignal.

Amplitude und Phase

Zeiger (Phasor):

- Länge entspricht Amplitude
- Winkel zur nach rechts weisenden Horizontalachse ist die Phase
- Frequenz ist die Anzahl der Rotationen pro Sekunde

Beispiel oben: Winkel $\varphi = 130^\circ$ $y = r \sin\varphi = 0,8$ $y = r \cos\varphi = -0,6$ mit $r = 1$

Historie am Rande: Die Einteilung des Vollkreises in 360° wurde durch den Astronomen Hypsikles von Alexandria (170 v. Chr.) eingeführt. Die Physik heute bemisst Winkel statt in Grad lieber mit dem Bogenmaß (rad), wobei $2 \cdot \pi = 360^\circ$ entsprechen.

[Sinus Animation](#)
[Sinusfunktion Phasenverschiebung](#)
[Amplitude animation](#)

Signal zusammengesetzt aus I und Q

Die abgetasteten momentanen Amplitudenwerte I_t und Q_t des empfangenen Signals werden geometrisch addiert.

Den Betrag des Zeigers Z_t gewinnt man (nach Pythagoras) aus:

$$Z_t = \sqrt{I_t^2 + Q_t^2}$$

Und der momentane Phasenwinkel φ des empfangenen Signals:

$$\varphi_t = \arctan \left(\frac{Q_t}{I_t} \right)$$

Gib mir I und Q und ich kann alles demodulieren!

Elektromagnetische Wellen lassen sich aus Sinus und Cosinus Wellen zusammengesetzt beschreiben. Das „I“ steht für In-Phase. Das „Q“ steht für Quadratur, und entspricht der um 90° verschobenen Cosinus Komponente.

Mit digitalen I und Q Signalen kann ein DSP:

- Demodulation und Modulation beliebiger Modulationsarten:
- CW, SSB, FM, PSK, Digimodes, zukünftige Betriebsarten
- Auswahl des Seitenbandes bei SSB, Spiegelfrequenzunterdrückung
- Filterung unterschiedlicher Bandbreiten
- Frequenzverschiebung, Frequenz Offset
- FFT - Spektrumdarstellung (Panorama)

Neben den DSP Funktionen beherrscht die SDR Software meist noch:

- Wasserfalldarstellung (Bandbelegung über die Zeit)
- Rig Control, VFO Abstimmung, RIT, S-Meter etc.
- AGC/ALC, Störaustattung, Audio Equalizer, Kompression
- Decodieren und Darstellen von Digimodes

Zusammensetzung von Wellen - Fourier Synthese

Jede beliebige periodische Wellenform lässt sich aus harmonischen Sinus und Cosinuswellen geeigneter Amplitude, Frequenz und Phase zusammensetzen.

Rechts ist zu sehen, wie zwei Sinusschwingungen (Grundwelle – gelb, dritte Harmonische blau) annähernd ein Rechteck bilden.

Mit der 5. Harmonischen ist das Rechteck schon ziemlich perfekt

harmonics: 1

[Applet](#)
[Applet 2](#)

Direktüberlagerungs Empfänger

Im einfachen Direktüberlagerungs-Empfänger wird das HF-Eingangssignal mit dem LO gemischt. Das Ergebnis der Mischung ist die Summe und die Differenz zwischen f_{HF} und f_{LO} . Das unerwünschte Summensignal wird durch ein Tiefpassfilter weggefiltert. Übrig bleibt das erwünschte Differenzsignal $f_{\text{HF}} - f_{\text{LO}}$, das beim Direktmischer (direkt) im hörbaren Audio Bereich liegt.

Das klassische Spiegelfrequenz Problem

Der VFO ist abgestimmt auf 7.050 MHz
Das gewünschte Signal auf 7.051 MHz
Ein unerwünschtes Signal bei 7.049 MHz
 $7.051 - 7.050 = 1\text{kHz}$
 $7.050 - 7.049 = 1\text{kHz}$
→ Beide Signale sind gleichermaßen als 1kHz Signal im Audio Bereich zu hören und können nicht unterschieden werden.

Beim Direktmischer erscheint am Ausgang neben dem gewollten Frequenz-Bereich auch ein unerwünschtes Spiegel-Band (Image), das ebenfalls auf die (NF) Basisband Ebene heruntergemischt wird.

→ Spiegelfrequenzen werden beim Direktmischer nicht unterdrückt.

Quadratur Sampling Decoder (QSD)

I ($f_{\text{ein}} - f_{\text{LO}}$ mit $\varphi = 0^\circ$)

zur A/D
Wandlung
(Soundcard)

Q ($f_{\text{ein}} - f_{\text{LO}}$ mit $\varphi = -90^\circ$)

Ein QSD erzeugt durch Mischung die Differenz von zwei Signalen die um 90° phasenverschoben sind. Ein Inphase I und ein Quadratursignal Q.

Seitenbänder unterscheiden sich in I und Q

USB - I eilt Q voraus

LSB - I eilt Q nach

Unerwünscht
(Spiegelfrequenz)

erwünscht

Das DSP Verfahren das Signale um 90° in der Phase verschiebt nennt man Hilbert Transformation.

Ein Hilbert-Filter erzeugt bei Sinussignalen beliebiger Frequenz eine Phasenverschiebung um genau 90°.

USB nach der 90° Phasenverschiebung

USB:

I und Q vor dem Hilbert Filter

USB:

I und Q nach dem Hilbert Filter

LSB nach der 90° Phasenverschiebung

LSB:

I und Q vor dem Hilbert Filter

LSB:

I und Q nach dem Hilbert Filter

Seitenband (Spiegelfrequenz) Unterdrückung

Mit den I und Q Komponenten und einem 90° Phasenschieber (Hilbert Filter) kann man mittels digitaler Signalverarbeitung unerwünschte Seitenbänder und Spiegelfrequenzen auslöschen.

Demodulation von AM

I und Q

I und Q Samples nach A/D Wandlung

$$Z = \sqrt{I^2 + Q^2}$$

Bildung des Betrags der Amplitude aus I und Q → Durch DSP demodulierte AM

SSB Demodulation mit Hilberttransformation (90° Shift)

SDR USB Demodulation

SDR LSB Demodulation

SDR AM Demodulation

Demodulation im SDR:

SSB wird durch eine Hilberttransformation und Addition, bzw. Subtraktion der I und Q Signale demoduliert.

AM wird durch Betragsbildung des durch I und Q gebildeten Phasors demoduliert.

FM und PM werden durch Erfassung des Phasenwinkels aus I und Q gebildeten demoduliert.

QSD – Tayloe Schalter Mischer

Das „I“ steht für In-Phase und enthält die Signale 0° und 180°. Das „Q“ steht für Quadratur, und entspricht dem 90° und 270° Anteil. Die Phasenverschiebung zwischen I und Q beträgt also 90°. In den beiden Analog-Signalen I und Q sind die kompletten Informationen der Eingangs-Frequenz enthalten.

QSD - Prinzipschaltbild Tayloe Empfangsmischer

Track-and-Hold Schaltermischer

HF (Antenne) 10 MHz – Oszillator (LO) 10,02 MHz – Mischprodukt (Basisband) 20 kHz

SDR Sender: Quadratur Sendemischer - QSE

Das Erzeugen eines SDR Sendesignals erfolgt identisch zum QSD, nur in umgekehrter Richtung. Man nennt es folgerichtig Quadratur Sampling Exciter, QSE.

Im PC werden je nach Modulationsart von der SDR Software mit DSP die I/Q-Signale errechnet. Diese können bei Phonie aus einem digitalisierten Mikrofonsignal stammen oder von Grund auf digital erzeugt werden, wie z.B. bei CW oder für Digimodes.

Nach der D/A-Wandlung in der Soundkarte stehen das I und Q Komponenten der gewünschte Modulationsart als NF-Basisbandsignal zum Mischen bereit.

Die beiden I/Q Signale werden im Schaltermischer mit dem LO-Signal auf die Sendefrequenz hochgemischt und die I und Q Signalkomponenten phasenrichtig zum endgültigen Sendesignal zusammengeführt.

In Abhängigkeit von der Phasen- und Amplitudenbeziehung zwischen den I- und Q-Signalen entsteht im Idealfall ein reines HF-Signal in der gewünschten Modulation.

QSE - Sendesignal aus I und Q

F Local Oszillator
0° - 90° - 180° - 270°

Blockschaltbild eines QSD SDR Transceivers

Grafik DJ9CS

FA-SDR Platine

FA-Synthesizer Oszillator mit USB Ansteuerung

Der Kern des FA-SY Oszillators ist der patentierte Si570 DSPLL-Chip von Silicon Labs. Mit dem Si570 werden HF-Signale von großer Reinheit, ähnlich einem Quarzoszillator erzielt. Vom PC können über ein USB-Interface am Si570 Frequenzen zwischen 8 und 160 MHz in 1Hz Schritten eingestellt werden.

Bild 2:
Schaltplan des FA-Synthesizers

FA-SDR, QSD – Empfänger-Mischer

Bild 4: RX-Mischer

FA-SDR, QSE – Sende-Mischer

FA-SDR, Übersichts Schaltbild

Bild 2:
Übersichtsschaltbild
des FA-SDR-TRX

That's all Folks!

Quellen und Referenzen

Dr. Bodo Scholz, DJ9CS „Einfache SDR Transceiver“

Dr. Bodo Scholz, DJ9CS „Der SDR Transceiver FA-SDR“

Gerald Youngblood, K5SDR: [„A Software-Defined Radio for the Masses“ \(pdf\)](#)

Richard Lyons: "Quadratursignale: Komplex, aber nicht kompliziert". Dt. Übersetzung DL6KBF 2011, <http://www.needles.de/HPSDR/QuadSignals-DE.pdf>

Phil Harmann, VK6APH: [„Watch Your Is and Qs“ \(pdf\)](#)

Dr. Dietmar Rudolph, Vorlesungsskript: [„Einseitenband und Restseitenbandmodulation“ \(pdf\)](#)

Michael Knitter, DG5MK: [„Software Defined Radio mit Labview“](#), CQ-DL

I/Q Data for Dummies: <http://whiteboard.ping.se/SDR/IQ>

Baumappte zum FA-SDR-TRX, [box73 Amateurfunkservice, Berlin](#)

ANHANG

Winkelfunktion des rechtwinkligen Dreiecks

Satz des Pythagoras

Der Satz des Pythagoras wird dazu benutzt, die dritte Länge eines Dreiecks zu berechnen. Weiß man zum Beispiel die Länge von a und b, kann man die Länge von c damit berechnen. Die Formel lautet:

$$a^2 + b^2 = c^2, \text{ oder umgestellt: } c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

"a" ist die Länge der Kathete a, "b" ist die Länge der Kathete b, "c" ist die Länge der Hypotenuse

Stimmen zwei rechtwinklige Dreiecke in einem ihrer spitzen Winkel überein, so sind sie einander ähnlich. Das Verhältnis zweier entsprechender Seiten ist konstant und nur vom Winkel abhängig, es ist also eine Winkelfunktion. Die festgelegten Bezeichnungen lassen sich aus der Skizze entnehmen.

Winkelfunktionen

a, b Katheten schließen den rechten Winkel bei C ein
c Hypotenuse längste Strecke, verbindet beide Katheten zwischen A und B

a = Ankathete Schenkel des Winkels α
b = Gegenkathete liegt dem Winkel α gegenüber

$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ Winkelsumme im Dreieck (rechtwinklig $\gamma = 90^\circ$)

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{c}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{b}{a}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}} = \frac{a}{b}$$

Kurven der Winkelfunktionen im Einheitskreis

Um die Winkelfunktionen im rechtwinkligen Achsenkreuz darzustellen, geht man am besten vom Einheitskreis aus, dessen Radius die Länge $r=1$ hat. Der nach rechts weisende waagerechte Radius, die x -Achse, wird als Bezugs- oder Nullrichtung festgelegt. Für die Sinus- und Cosinusfunktion dreht man diesen Radius entgegen dem Uhrzeigersinn um einen Winkel φ . Für jeden Drehwinkel erhält man einen Punkt P auf der Kreislinie. Das Lot von diesem Punkt auf die Nullrichtung ist die Gegenkathete b zum Drehwinkel. Die Projektion des gedrehten Radius auf die Nullrichtung ist die Ankathete a des Winkels. Da der Radius als Hypotenuse festgelegt die Länge 1 hat, ist die Maßzahl der Gegenkathete gleich dem Sinus des Winkels und die Maßzahl der Ankathete gleich dem Cosinus dieses Winkels. Auf der y -Achse des Koordinatensystems werden die Maßzahlen abgetragen. Die Teilung der x -Achse kann im Winkelmaß (Grad) oder im Bogenmaß (rad) erfolgen, wobei $2 \cdot \pi = 360^\circ$ entsprechen.

Winkelfunktionen:

$$\sin \varphi = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{b}{r}$$

$$\cos \varphi = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}} = \frac{a}{r}$$

$$\tan \varphi = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{b}{a}$$

$$\cot \varphi = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Gegenkathete}} = \frac{a}{b}$$

Die Umkehrfunktionen der Winkelfunktionen nennt man Arcusfunktionen, sie ordnen einer Winkelfunktion den zugehörigen Winkel zu. arcussinus φ ist z.B. der Winkel φ , der zu dem Sinus von φ ($=b/r$) gehört. Andere Bezeichnungen: $\sin^{-1}$, inv sin

Werden diese Operationen für alle Winkel von $0^\circ \dots 360^\circ$ bzw. von 0 bis $2 \cdot \pi$ vor-genommen, so ergeben sich die Kurvenzüge der vier wichtigen Winkelfunktionen:

Formeln für die Zusammenhänge von I und Q

$$Z = \sqrt{I^2 + Q^2}$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{Q}{I}\right)$$

$$I = Z \cdot \cos(\varphi)$$

$$Q = Z \cdot \sin(\varphi)$$

I = Inphase Komponente – Realteil

Q = Quadratur Komponente – Imaginärteil

Z = Zeigerlänge (Phasor) - Amplitude

Animation: AM – FM - SSB

Animation: Zusammensetzung von Wellen aus I und Q

Image courtesy of whiteboard.ping.se

Image courtesy of whiteboard.ping.se